PŘ1 ZFG 28.2.08

Geoid
- fyzikální tvar Země
- hladinová plocha, kt. prochází stř. hladinou moří

Elipsoid
- def: a - hl. poloosa
  b - vedlejší poloosa
  f - zploštění $f = \frac{a-b}{a}$

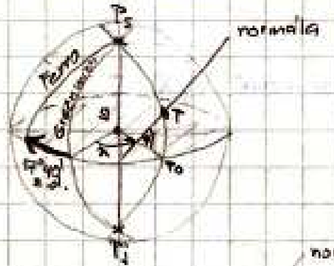
- Besselův el.
- Krasovského el.
- Hayfordův el.
- WGS

- GRS 80
  ↳ geodetický ref. systém 1980
  ↳ $a = 6378\,137$ m
  $b = 6356\,752$ m
  $a - b = 21\,585$ m → pólové zploštění
  $f = 0{,}0033...$

Koule
- průměrná hodnota $R = 6371\,000$ m

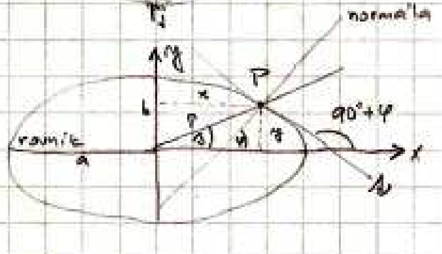
Souřadnicové soustavy na elipsoidu

• Geodetické zeměpisné souř.



- zem. síť: zem. šířka φ, zem. délka λ

↳ dříve: B, L → německé výrazy
→ my budeme používat, aby se nám to nepletlo



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$$

• Geocentrická šířka β
- ∢, kt. svírá spojnice bodu P se středem S s rovinou rovníku
- ozn.: β
- GDE délka λ zůstává

• Redukovaná šířka ψ

$x = a\cos\psi$
$y = b\sin\psi$

$tg\,\beta = \frac{y}{x} \Rightarrow tg\,\beta = (1-e^2)\,tg\,\varphi$

↳ pro rovnoběžku 45° je rozdíl mezi β a φ 11'35''
→ — " — ψ a φ 6'

$\psi \to \varphi$

$$\frac{y}{x} = tg\,\beta = tg\,\psi = \frac{ay}{bx} = \sqrt{1-e^2}\;tg\,\varphi \qquad \frac{a}{b} = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$$

Vztah mezi GDE šířkou φ bodu P a jeho x, y

$$k = \frac{dy}{dx} = tg(90° + \varphi) = -\cot g\, \varphi$$ k - směrnice

$$\frac{2x\,dx}{a^2} + \frac{2y\,dy}{b^2} = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{b^2 x}{a^2 y}$$ => diferenciální poměr

$$-\cot g\, \varphi = \frac{b^2 x}{a^2 y} = \frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$$

$$b^4 x^2 \sin^2\varphi - a^4 y^2 \cos^2\varphi = 0 \quad a \quad b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$$ (2 rce o 2 nezn.)

$\Downarrow$

$$x = \frac{a^2\cos\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}} \qquad y = \frac{b^2\sin\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi + b^2\sin^2\varphi}}$$

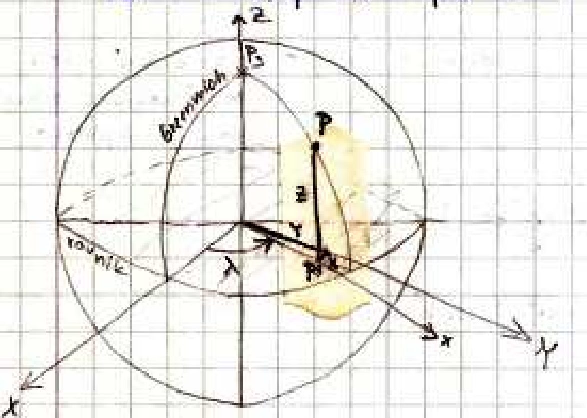
Excentricita

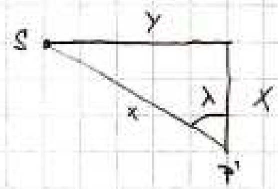
$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \qquad b^2 = a^2(1 - e^2)$$

$$x = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a\cos\varphi}{W}$$ W - 1. hl. GDE fce

$$y = \frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{W}$$

Vztah mezi prostorovými souř. X, Y, Z a GDE souř. φ, λ





$$x = \frac{a\cos\varphi}{W} \qquad y = \frac{b\sin\varphi}{W} = \frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{W}$$

$$X = x\cos\lambda \qquad Y = x\sin\lambda \qquad Z = y$$

$$X = \frac{a}{W}\frac{\cos\varphi}{\cos\lambda} \qquad Y = \frac{a}{W}\frac{\cos\varphi}{\sin\lambda} \qquad Z = \frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{W}$$

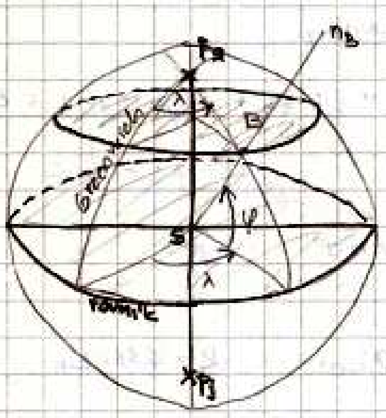
→ N - příčný R křivosti

to fce k prostorové souř. na sférické prostorové s. → měření GPS

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N\cos\varphi\cos\lambda \\ N\cos\varphi\sin\lambda \\ N(1-e^2)\sin\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+H)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+H)\cos\varphi\sin\lambda \\ [N(1-e^2)+H]\sin\varphi \end{pmatrix}$$ H - elipsoidická výška

PŘ1 Souřadnicové soustavy na kouli 28.2.08

↳ konstantní křivost
↳ všechny normály v bodech na povrchu se protínají ve středu koule



↳ hl. kružnice
↳ poledníky a rovník → procházejí středem koule
↳ oblouk hl. kružnice = ortodroma
↳ 3 body = sférický Δ
2 body = —"— dvojúhelník
↳ plocha mezi 2 hl. kružnicemi

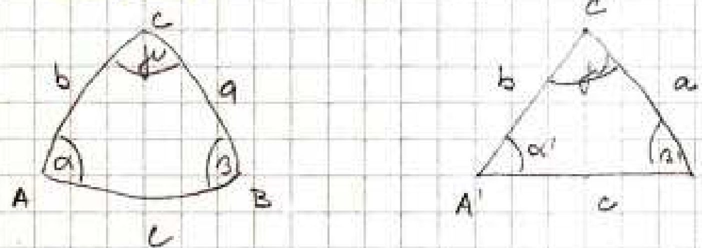
- zem. souř.
  - sférická zem. šířka Φ
  - —"— délka λ
- astronomické
  - φ
  - λ

Řešení Δ na elipsoidu přechodem na kouli

↳ délky str. Δ nepřesahnou 60km (v trigon. síti) → lze řešit na kouli (Δ sférické)
↳ malé zploštění elipsoidu

↳ $R = \sqrt{MN}$ → stř. R křivosti

- sférický exes



obr. pro metodu exesovou

↳ ozn.: ε

↳ $\varepsilon'' = \frac{P}{R^2}\rho''$ P - obsah Δ

$\varepsilon'' = 1''$ → Δ, kde $a \doteq 20km$ (21,5km)

Δ → 1. bod = pól
2. a 3. bod na rovníku } všechny ∡ 90° = 270°

$P = \frac{1}{8}4\pi R^2 = \frac{\pi}{2}\cdot R^2$ $\varepsilon = \frac{\pi}{2} = 90°$ navíc proti rovinnému
↳ 270° - 90° = 180°

↳ délka oblouku
- oblouk: $1° \doteq 110km$ → platí ~~pro~~ na hl. kružnici
- —"—: $1'' \doteq 31km$ $R = 6371km$ $\hat{\alpha} = \frac{d}{R} \Rightarrow d = R\cdot\hat{\alpha}$

- metoda excesů (Legendreova → polynomy)

$\alpha + \beta + \gamma = 180° + \varepsilon$ → sférický

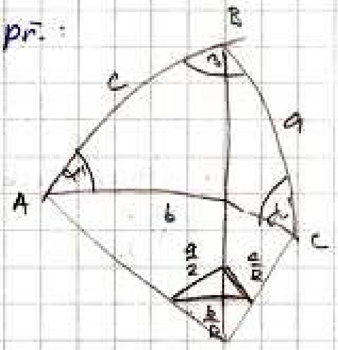
$\alpha' + \beta' + \gamma' = 180°$ → rovinný

↳ odečteme od sebe ⇒ $(\alpha - \alpha') + (\beta - \beta') + (\gamma - \gamma') = \varepsilon$

$\alpha' \doteq \alpha - \frac{1}{3}\varepsilon$ $\beta' = \beta - \frac{1}{3}\varepsilon$ $\gamma' = \gamma - \frac{1}{3}\varepsilon$

↳ obecně: $a : b : c = \sin\alpha' : \sin\beta' : \sin\gamma'$

↳ př.:

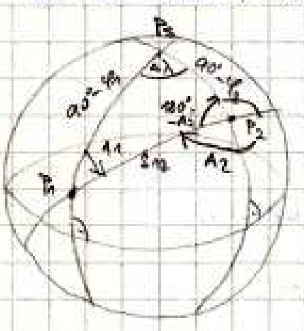


$a = 30\ km$ $R = 6381\ km$

$\frac{a}{R} = 0{,}004701...$

$\rho'' \cdot \frac{a}{R} = 16'09{,}65''$

HL. GDE ÚLOHY NA KOULI



I. GDE úloha
↳ D: $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$, A_1, s_{12}
U: $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$, A_2

II. GDE úloha
↳ D: $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$, $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$
U: s_{12}, A_1, A_2

→ ! u zk nebude chtít odvodit, pouze vědět o co jde

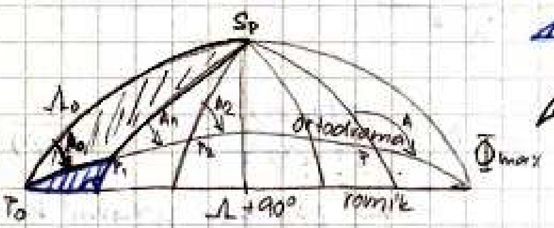
I. GDE úloha

↳ cos věta:
$$\cos(90° - \varphi_2) = \cos(90° - \varphi_1)\cos\left(\frac{s_{12}}{R}\right) + \sin(90° - \varphi_1)\sin\frac{s_{12}}{R}\cos A_1$$
$$\sin\varphi_2 = \sin\varphi_1\cos\frac{s_{12}}{R} + \cos\varphi_1\sin\frac{s_{12}}{R}\cos A_1$$

↳ sin věta:
$$\sin\Delta\lambda = \frac{\sin A_1}{\cos\varphi_2}\cdot\sin\frac{s_{12}}{R}$$

$$-\sin A_2 = \cos\varphi_1\frac{\sin A_1}{\cos\varphi_2}$$

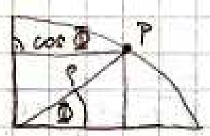
Ortodroma
↳ rovník, poledníky (// ne → neprochází středem)



$$\sin\Phi = \cos A_0\frac{\sin\frac{s}{R}}{\sin 90°} = \cos A_0\sin\frac{s}{R}$$
$$\sin\Delta\Lambda = \sin\frac{s}{R}\cdot\frac{\sin A_0}{\cos\Phi}$$
$$\sin A = \frac{\sin A_0}{\cos\Phi} = \frac{\sin\Delta\Lambda}{\sin\frac{s}{R}}$$

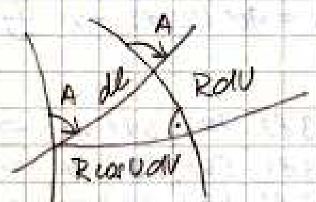
$$\sin A\cos\Phi = \sin A_0 = \text{konst}$$

$$\varrho_\perp = R\cos\Phi \quad\rightarrow\quad \varrho_\perp\sin A = R\sin A_0 = \text{konst} \rightarrow \text{Clairentova věta}$$



↳ konst. v celém průběhu ortodromy

Loxodroma

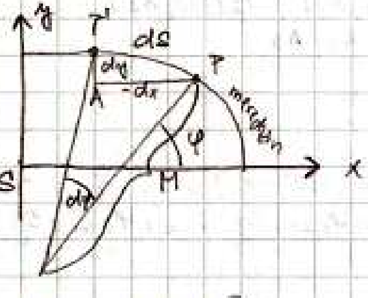


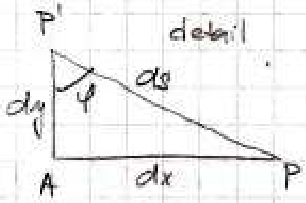
- Mercatorovo zobr. → loxodroma je přímka

POLOMĚRY KŘIVOSTI NA ELIPSOIDU

hl. poloměr křivosti
příčný –"–

- hl. R křivosti
  ↳ je dán hodnotou M
  ↳ také se mu říká R meridiánové křivosti





$$\left.\begin{aligned} ds &= M\,d\varphi \\ ds &= \frac{-dx}{\sin\varphi} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad M\,d\varphi = -\frac{dx}{\sin\varphi}$$

$$M = -\frac{1}{\sin\varphi}\frac{dx}{d\varphi}$$ → definiční vzorec

$$x = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a\cos\varphi}{W}$$

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2\sin^2\varphi)^{3/2}} = \frac{a(1-e^2)}{W^3}$$

$\varphi = 90° \rightarrow$ max $\rightarrow M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2)^{3/2}} = c = \frac{a}{(1-e^2)^{1/2}} = \frac{a^2}{b}$

$\varphi = 0° \rightarrow$ min

↳ poloměr polární křivosti

- příčný R křivosti
  ↳ je dán hodnotou N

$$x = N\cos\varphi$$

$$N = \frac{x}{\cos\varphi} = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}\cdot\frac{1}{\cos\varphi} = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a}{W}$$

- poloměr křivosti v azimutu α
  ↳ $\frac{1}{R_\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{M} + \frac{\sin^2\alpha}{N}$

$\alpha = 0° \, (180°) \rightarrow \frac{1}{M}$

$\alpha = 90° \, (270°) \rightarrow \frac{1}{N}$

- stř. R křivosti
  ↳ $R_m = \sqrt{MN}$

$R_m = 6380\,703{,}611$ m → Bessel
$R_m = 6381\,561{,}267$ m → Krasov.
$R_m = 6381\,453{,}683$ m → GRS80
↳ prakticky ident. i WGS84

↳ elipsoid nahradit koulí

1. $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^2 b$
   $R = \sqrt{a^2 b}$

2. $4\pi R = 4\pi b^2\left(1 + \frac{2}{3}e^2 + \frac{3}{5}e^4 + \dots\right)$
   $R = \sqrt{\dots}$

– nejlepší by bylo mít elipsoid trojosý, ale používá se dvojosý

2. $R_B = 6370{,}3$ km $\quad R_K = 6371{,}1$ km $\quad R_{GRS} = 6371{,}0$ km → ve FYGDE

PŘ3

Délky oblouků

13.3.08

$ds = M d\varphi$

$$s = \int_0^{\varphi} M d\varphi = \underbrace{a(1-e^2)}_{M} \underbrace{\int_0^{\varphi} (1-e^2\sin^2\varphi)^{-3/2}\, d\varphi}_{\text{eliptický integrál}}$$

$$(1-e^2\sin^2\varphi)^{-3/2} = 1 + \frac{3}{2} e^2 \sin^2\varphi + \frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5} e^4 \sin^4\varphi + \ldots$$

$$(1 \pm x)^n = 1 \pm \binom{n}{1}x \pm \binom{n}{2}x^2 \ldots$$

$$s_k = 111\,134{,}861\,084 \cdot \varphi^{\circ} - 16\,036, \ldots \sin 2\varphi + \ldots$$

$\varphi = 90° \Rightarrow$ $s_k = 111\,134{,}861\,084 \cdot \varphi^{\circ}(90°) = 10\,002\,137{,}497\ m$

$s_B = 10\,000\,855{,}766\ m$

$s_{IE6} = 10\,002\,001{,}231\ m$

↳ oblouk od rovníku k pólu („zemský kvadrant")

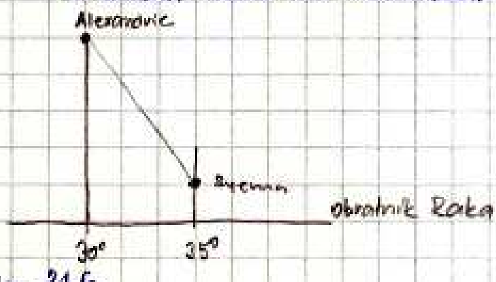
Historie

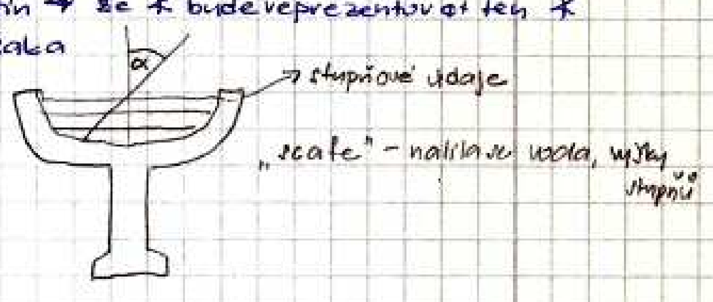
- hledal se délkový etalon (17. st.) - Francouzská akademie věd:
  - ↳ délka kyvadla (závisí na φ a době kyvu a nadm. výšce)
    - → desetimiliontá část oblouku zemského kvadrantu
      - ↳ definice metru, tehdy měřeno na pol. oblouku Paříž - jih Francie limitovaná přesností
      - ↳ vyprovokovalo GDE, aby určilo oblouk zem. kvadrantu přesně
- problém: teorie Newtona a experimenty → Země je pólově zploštělá (poledník → elipsa → kratší oblouk u rovníku, delší u pólu)

  ×

  teorie Cassiniho → Země je vajíčko

- vývoj názorů na tvar Země:
  - ↳ 1. Pythagoras
    - ↳ koule (lodě, ...)
  - ↳ Aristoteles
    - ↳ zatmění Měsíce a Slunce ... - koule
  - ↳ Eratosthenes z Kyrény 276 - 195 př. n. l.
    - ↳ v době letního slunovratu 21.6. v Syeně na J. Egypta (Asuán) je studna, do níž slunce kolmo prosvítí (není stín)
    - ↳ v Alexandrii Slunce vrhá stín → že ✱ bude reprezentovat ten ✱
    - ↳ Asuán stojí na obratníku Raka





↳ 21.6.

α = padesátina celk. kruhu → vzd. odpovídá

—"— = vzd. Asuán - Syenna z celk. koule

- vzd. ? → denní pochody karavan A-S
- délkové jednotky: stadia (158 - 185 m = 1 stadium)

  ≅ 5000 stadií

$5000 \cdot 50 = 25\,000$ stadií $\cdot 171{,}5 \doteq 6844$ km $= R$ chyba 7,3% ze sou č.

PŘ4 Řešení GDE úloh na elipsoidu 20.3.08

I. GDE úloha

Dáno: $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ U: $P_2(\varphi_2, \lambda_2)$

α_{12} α_{21}

s_{12} na P_2

- řešení: Legendreho řešení (dříve)

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)_{s=0} s + \left(\frac{d^2\varphi}{d^2 s}\right)\frac{s^2}{2} + \dots + \sum\left(\frac{d^i\varphi}{d^i s}\right)\frac{s^i}{i!}$$ faktoriál

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_2 - \lambda_1 = \\ \alpha_2 - \alpha_1 = \end{array}\right\} \text{analogicky}$$

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\cos\alpha}{M} = \frac{(1-e^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}{a(1-e^2)}\cos\alpha = f(\varphi,\alpha)$$

$g(\varphi,\alpha)$

$h(\varphi,\alpha)$

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} = \frac{\partial f}{\partial\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{ds} + \frac{\partial f}{\partial\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{ds}$$

ZK - naznačit řešení 1., 2. úlohy na elipsoidu

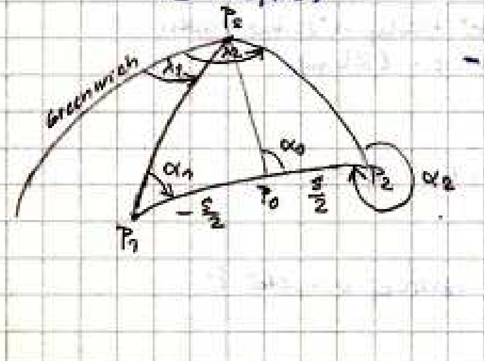
$$\varphi_i = \varphi_1 + \sum_{j=1}^{i} \frac{\cos\alpha_{j-1}}{M\varphi_{i-1}}\cdot h$$ h - integrační krok

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_i = \\ \alpha_i = \end{array}\right\} \text{analogicky}$$

II. GDE úloha

Dáno: $P_1(\varphi_1, \lambda_1)$ U: s_{12}

$P_2(\varphi_2, \lambda_2)$ α_{12}, α_{21}



- Gaussovo řešení: kladné

$$\varphi_1 = \varphi_0 - \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)\frac{s}{2} + \left(\frac{d^2\varphi}{ds^2}\right)\frac{s^2}{8} - \left(\frac{d^3\varphi}{ds^3}\right)\frac{s^3}{48} + \dots$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 + (\quad)\dots + \dots + \dots +$$

$\frac{s}{2}$ záporné

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{d\varphi}{ds}\right)_0 s + \left(\frac{d^3\varphi}{ds^3}\right)_0 \frac{s^3}{24}$$

- metoda tětivová:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_i\cos\varphi_i\cos\lambda_i \\ N_i\cos\varphi_i\sin\lambda_i \\ N_i(1-e^2)\sin\varphi_i \end{pmatrix} \qquad t^2 = (X_2-X_1)^2 + (Y_2-Y_1)^2 + (Z_2-Z_1)^2$$

- používala se už dříve při dlouhých vzd. (100km, ...)

GDE polohové základy (GPZ)

- pokrývají st. území
- body sítě tvoří Δ → budování klasickou triangulací
- ozn.: dnes: astronomicko-geodetická síť (AGS)
  dříve: základní trigonom. síť

a) úhlové zaměření Δ sítě
- základní nebo I. řádu
- Δ o stranách 35 km
- přesnost kvalitní, aby byla kvalitní, musí být schválena Mezinárodní GDE unií
- stř. ch. ve směru: Ferrerův vzorec

$$m_\sigma = \sqrt{\frac{[vv]}{6n}}$$

v – uzávěr
n – počet Δ v síti

$$m_\sigma < 0{,}4'' \quad 0{,}27''$$

- stř. ch. v *:

$$m_\omega = \sqrt{\frac{[vv]}{3n}}$$

$$m_\omega < 0{,}38''$$

- měřilo se v LJ
- později se přešlo na vrcholovou metodu

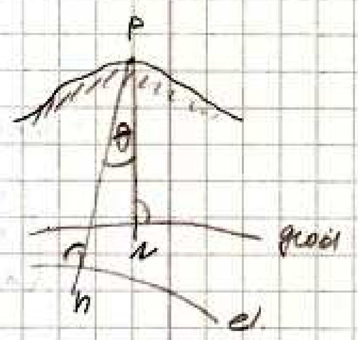
b) délkové zaměření GDE základen
- invarové dráty ($s \doteq 10$ km)
- přesnost: $1 \cdot 10^{-6}$ m

c) astronomické měření ($\varphi', \lambda', \alpha'$)
- Laplaceovy body

- postupným zhušťováním této sítě body nižšího řádu
- další zhušťování u nás do V. řádu (2 km)

Převod naměřených směrů na výpočetní plochu

1. tížnicová odchylka θ
   - ∡, kt. svírá normála k el. a tížnice v bodě P
   - malý ∡



$$\delta_1 = -(\xi \sin\alpha - \eta \cos\alpha) \cot z$$

ξ → meridiánová složka od. θ (ve směru pol.)
η → příčná — " — (— " — ")

$$\cot z = \frac{H_2 - H_1}{s} - \frac{(1-k)\,s}{2R} \qquad k = 0{,}13$$

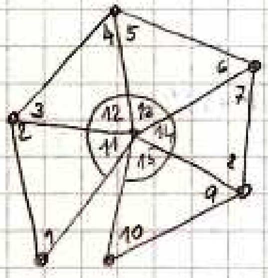
↳ stačí znát přibližně

- dosahuje několika vteřin

* u PES

PŘ5 Vyrovnání klasické triangulace 27.3.08

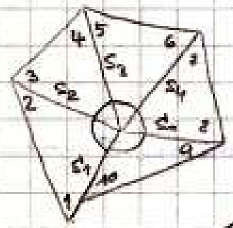
- vyrovnané hodnoty musí splňovat 5. podmínek:



1. podmínka trojúhelníková
↳ součet ∡ v Δ = 180°
↳ $x_1 + x_2 + x_{11} - 180° = 0$

2. podmínka závěrová
↳ středové ∡ sdzat do 360°
↳ $x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} - 360° = 0$

tento obrazec obě podmínky splňuje, ale ne stranové



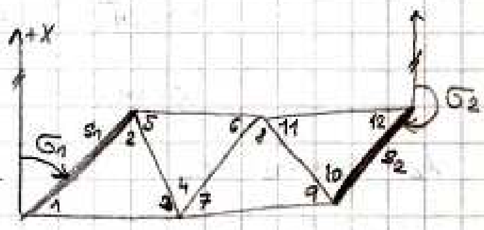
$$s_1 = s_0 \frac{\sin x_7}{\sin x_8} \qquad s_2 = s_1 \frac{\sin x_9}{\sin x_{10}} = s_0 \frac{\sin x_7}{\sin x_8} \frac{\sin x_9}{\sin x_{10}}$$

$$s_0 = s_0 \frac{\sin \ldots}{\sin \ldots} \quad = 1$$

3. podmínka stranová
↳ $$\frac{\sin x_1 \cdot \sin x_3 \cdot \sin x_5 \cdot \sin x_7 \cdot \sin x_9}{\sin x_2 \cdot \sin x_4 \sin x_6 \sin x_8 \cdot \sin x_{10}} = 1$$

4. podmínka základnová
↳ vnější rozměr sítě

↳ $$\frac{\sin x_1 \ \sin x_5 \sin x_7 \sin x_{11}}{\sin x_2 \ \sin x_6 \ \sin x_9 \ \sin x_{12}} = \frac{s_2}{s_1}$$



5. podmínka azimutální (směrníková)
↳ $\sigma_2 = \sigma_1 + x_1 + x_3 + x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} \pm i\,180°$

Základy trojrozměrné GDE
↳ dnes aktuální → info o poloze bodu v ~~ploše~~ prostoru (X, Y, Z) → 1. plocha
- GDE si s tímto moc nevědla → X, Y + výška nebolí φ, λ, H
  ↳ H byla vázána na jinou plochu (geoid) → 2. plochy
- 3. rozměrná GDE měla úskalí: - hodnoty se měnily obtížně → ovlivněno refrakcí
  - výpočty složité

proto X, Y na 1. ploše a H na 2. ploše
↳ geometrická GDE to takto řeší
(fyzikální GDE → 1. plocha)

- metoda GPS (X, Y, Z)
↳ přetransformovat na φ, λ, H → obrátilo se to → φ, λ, H potřeba pro geodet

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+H) \cos\varphi \cos\lambda \\ (N+H) \cos\varphi \sin\lambda \\ (N[1-e^2]+H) \sin\varphi \end{pmatrix}$$

H - elipsoidická výška
↳ my máme nadm. h a musíme znát i převýšení geoid a elipsoid

↳ λ: $\frac{X}{Y} \Rightarrow \quad tg\,\lambda = \frac{Y}{X}$ → jednoduché, problém je s φ

$$\sin\lambda = \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2}} \qquad \cos\lambda = \frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2}}$$ → kontrolní

$$\frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} = \frac{(N+H)\sin\varphi - Ne^2\sin\varphi}{(N+H)\cos\varphi}$$

přibližně 1

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} + \frac{N}{(N+H)} e^2 \operatorname{tg}\varphi$$

$$\operatorname{tg}\varphi(1-e^2) = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}} \qquad 1-e^2 = \frac{1}{1+e'^2}$$

$$\operatorname{tg}\varphi^{\circ} = \frac{Z(1+e'^2)}{\sqrt{X^2+Y^2}}$$

$$H = \frac{X}{\cos\varphi \sin\lambda} - N$$

D: $P_1(X_1, Y_1, Z_1)$
$P_2(X_2, Y_2, Z_2)$

$$s_{12} = \frac{X_2 - X_1}{l_{12}} = \frac{Y_2 - Y_1}{m_{12}} = \frac{Z_2 - Z_1}{n_{12}} \qquad l_{12}, m_{12}, n_{12} \rightarrow \text{směrové cosiny}$$

$$l_{12}^2 + m_{12}^2 + n_{12}^2 = 1$$

- vektor A $\rightarrow$ $|A| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ $\rightarrow$ abs. velikost

$\cos(\vec{A}, \vec{i}) = \frac{A_x}{A}$ $\rightarrow$ ∡ mezi $\vec{A}$ a $\vec{i}$

$\cos(\vec{A}, \vec{i}) = \frac{A_y}{A}$ pomer = 1 $\rightarrow$ $\frac{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}{A} = 1$

$$X_2 = X_1 + s_{12} \cdot l_{12}$$

- problem: sm. cosiny $\rightarrow$ musíme merat zenitky a azimuty
  - celá sústava se otočí přes matici rotace v rovině rovníku
    $\rightarrow$ tak aby zákl. směr mezi P_1, P_2 byl na ose y
  - výsledek: $l_{12} = \cos\varphi_1 \cos\lambda_1 \cos z_{12} - \sin\varphi_1 \cos\lambda_1 \sin z_{12} \cos A_{12} - \sin\lambda_1 \sin z_{12} \sin A_{12}$

$m_{12} = \dots$
$n_{12} = \dots$

nemusíme znát přesně, pouze vedet o co jde

Prostorové protínání

D: $P_1(\varphi_1, \lambda_1, H_1)$ A_{13}, A_{23}
$P_2(\varphi_2, \lambda_2, H_2)$ z_{13}, z_{23} na bod P_2 $\rightarrow$ zenitové ∡

U: $P_3(\varphi_3, \lambda_3, H_3) \rightarrow P_3(X_3, Y_3, Z_3)$

- řešení:
  1. P_1, P_2 přetransformovat na X, Y, Z
  2. l_{13}, m_{13}, n_{13} ; l_{23}, m_{23}, n_{23} $\rightarrow$ výpočet
  3. $\frac{X_3 - X_1}{l_{13}} = \frac{Y_3 - Y_1}{m_{13}} = \frac{Z_3 - Z_1}{n_{13}} = s_{13}$; tímto zp. získáme s_{23}
  4. opravy: $v_x = l_{13} s_{13} - l_{23} s_{23} + (X_1 - X_2)$
     $v_y = m_{13} s_{13} - m_{23} s_{23} + (Y_1 - Y_2)$
     $v_z = \dots$
  - minimalizace chyb $\rightarrow$ normální rce $\rightarrow$ vyrovnané hodnoty s_{13}, s_{23}
  5. prostorové souř. $\rightarrow$ $X_3 = X_1 + l_{13} s_{13}$

PŘ5 Transformace

$(x; y) \rightarrow$ původní
$(X; Y) \rightarrow$ transformovaná
$\omega \rightarrow$ rotace
$R \rightarrow$ matice rotace
$q \rightarrow$ měřítko $q \doteq 1$ konformní rovinná tce podobnostní
$q = 1$ —"— shodnostní

$$X = x\cos\omega - y\sin\omega + k_x$$
$$Y = x\sin\omega + y\cos\omega + k_y$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\vec{X} = q R \vec{x} + \vec{k} = q \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \end{pmatrix}$$

↳ 5.prvková resp. 3.prvková
↳ mezi body se během tce ∡ nemění, jen stočení $\omega = \alpha - \alpha'$
↳ potřebujeme znát tyto klíče:

$$tg\,\alpha = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \qquad tg\,\alpha' = \frac{\Delta x}{\Delta y} \qquad q^2 = \frac{S^2}{s^2} = \frac{\Delta X^2 + \Delta Y^2}{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

* PŘ4

2. Zaměřované body jsou v různých H nad el.
- korekce δ_2

$$\delta_2{}'' = 0{,}108\, H_2(km) \cos^2\varphi \sin 2\alpha$$

3. Korekce azimutu normálového řezu na azimut GDE čáry
- pro ČR:

$$\delta_3{}'' = -0{,}028 \cos^2\varphi \sin 2\alpha \left(\frac{S(km)}{100}\right)^2$$

↳ zanedbatelná pro naše území

PŘ6

Helmertova transformace

3.4.08

- předpokládá, že se budou hodnoty vyrovnávat → potřeba více IB

→ vyrovnání MNČ

- my hlavně probereme Prostorovou Helmertovu t-ci
  ↳ použití: z jednoho el. na jiný el.

↳ původní soustava: $\vec{x} = (x, y, z)^T$
  nová —"—: $\vec{X} = (X, Y, Z)^T$

↳ v prostoru budou 3 pootočení → 3 * rotace: α x; β y; γ z

↳ matice rotace: $R = R(\alpha) \cdot R(\beta) \cdot R(\gamma)$
$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$

$q = 1 + m$

⇒ 7prvková konformní Helmertova prostorová t-ce

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = q \cdot R \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

- předpokládáme, že α, β, γ budou malé

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} \overset{1}{\cos\beta\cos\gamma} - \overset{0}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} & ; & \cos\beta\sin\gamma + \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma & ; & -\cos\alpha\sin\beta \\ -\overset{1}{\cos\alpha}\,\underset{0}{\sin\gamma} & ; & \overset{0}{\cos\alpha \cdot \cos\gamma} & ; & \sin\alpha \\ \sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma & ; & \sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\beta\overset{1}{\cos\gamma} & ; & \cos\alpha\overset{1}{\cos\beta} \end{pmatrix}$$

posun $\sin\alpha \sin\gamma$ je velice malá hodnota

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ED87} = (1+m) \begin{pmatrix} 1 & \gamma & -\beta \\ -\gamma & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{S\text{-}JTSK} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

PŘ6

3.4.08

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_{ED87} = (1+m) \begin{pmatrix} 1 & \mu & -\beta \\ -\mu & 1 & \alpha \\ \beta & -\alpha & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{JTSK} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix}$$

Př.: fce S-JTSK → ED87

Translace [m]

ΔX	ΔY	ΔZ
637,821	200,932	655,195

Rotace

α	β	μ
$-5,928''$	$-1,623''$	$-5,172''$

Zkreslení

$6,85 \cdot 10^{-6}$

ZÁKLADNÍ GDE SÍTĚ

- polohové
- výškové

• polohové
  ↳ tvořeny trigon. sítí
  ↳ určují se souř. φ, λ na přijatelném elipsoidu, kt. se přetransformují do zobr. roviny
  ↳ charakterizují ji:
  - elipsoid
  - zákl. Δ síť (1. řád)
  - měřené veličiny (viz minulé PŘ)
  - zákl. (výchozí) bod Δ sítě
    ↳ změřit v φ, λ a mít stejné jako astronomické φ, λ,
    —‖— α
  - zp. vyrovnání sítě
  - druh zobr. Δ sítě do roviny

• výškové
  ↳ definovány nad nějakou plochou
  geoid → od něj jsou výšky fyzikální odečítány
  → jako vztažná plocha se bere hladina moří a oceánů (není všude stejná)
  stř. hladina → určuje se pomocí mareografu
  → sleduje se několik let a pak se určí (dnes: nejmenší interval 10 let)
  ↳ charakterizuje se:
  - stř. hladinou moře
    ↳ nivelací se vznese po území (& přenášení syst. chyb → velké vzd.)
  - nivelační síť + měření
  - zp. výpočtu oprav z vlivu tíhového pole Země
    ↳ nivelují po hladinové ploše z bodu A do B, tak neugm... žádné převýšení → ale nivelují po vertikále
    → fotečné představa → sbíhavost hladinových ploch
    → body leží výše výše vůči zákl. hladinové ploše
  - vyrovnání nivelační sítě
    ↳ hl. je výchozí bod

Vývoj polohových základů

- 7. historických etap:

1. Katastrální triangulace na území R-U
   - ↳ v letech 1818 – 1864
   - ↳ 1. souvislá síť
   - ↳ elipsoid:

     $a = 6\,376\,045$ m $i = 1:310$

   - ↳ rozměr sítě: základna
     - ↳ poč. a koncový bod zaměřen astronomicky
   - ↳ 1. – 4. řád: 4 řády – graf. protínání (3. body na 1ML 1:2880)
   - ↳ nebyla pevná stabilizace
   - ↳ zákl. body: Gusterberg
     sv. Štěpán

2. Vojenská triangulace (1862 – 1898)
   - ↳ elipsoid: Besselův
     $a_B = 6\,377\,399{,}155$ $i = 1:299{,}15$
     - definován pro celou Evropu
   - ↳ změřeno 22 základen
   - ↳ přesnost měření: $\sigma_\varphi = 0{,}93'$
   - ↳ zákl. bod: Δ bod Hermannskogel ve Vídni
     - ↳ měřena astronom. φ a α
     - ↳ λ nebyla určována, přenesla se geodeticky vzdálenostně od vídeňské laboratoře (měřena astronom.), kde se určila

3. S-JTSK (1920 – 57)
   - ↳ nebylo provedeno:
     - nové astronomické měření
     - měření GDE základny a sítě
     - spojení se sítěmi sousedních států
   - ↳

4. SS 1952 (S-52)
5. SS 1942 (S-42)
6. SS 1942/83 (S-42/83)
7. SS S-JTSK/95

Vývoj výškových základů

- založeno: 1867
- měření bylo: 1872 – 1896
  - ↳ niv. pořady My po železnicích (podélná převýšení)
  - ↳ naše území: zákl. niv. bod Lišov
    — " — Strečno (SR)
  - ↳ výchozí bod: Terst – molo Santorio

PŘ 7 VÝŠKOVÉ SYSTÉMY 10. 4. 08

- měřily se délky poledníkových pásů → stupňové měření
- zvolen výchozí bod na stř. hladině moří a pak se rozneslа po celé síti nivelaci
- oprava normální ...
  ↳ brala v úvahu normální tíhové pole
    ↳ vypočtené pole (uměle)
    ↳ charakterizováno hodnotami tíhového zrychlení g
    ↳ MAT popsatelná hodnota
    ↳ v té době žádné měření g neexistovalo

- zvoleny zákl. body: ČR → Lišov u ČB
  SR → Strečno u Žiliny

- rok 1918
  ↳ MVP (M Veřejných Prací) provádělo měření na území ČR } zákl. bod: Terst
  ↳ Vojenský zeměp. ústav — " — SR

- rok 1938
  ↳ jednotná síť → ČSNJS (ČSJNS)
    ↳ napojena na hladinu v Amsterdamu (Normal-Null)
  ↳ dnešní niv. evropská síť Normal-Null → snaha vše připojit na tuto síť

- 50. léta
  ↳ změna: - výchozí bod: Kronštadt
    - korekce: Molodenského korekce, kt. vycházely z tíhových měření (z reálných hodnot)
    - konfigurace
  → sítě východního bloku se spojily a vyrovnaly → vznik Bpv

• Balt - 68
  ↳ pro vojenské TOPO MAPO v 50. letech

• Balt - 46
  ↳ pro civilní složku
  ↳ vznik: převodem → od ČSJNS/J se odečetlo 46 cm

ZÁKLADY ...

- Newtonův z.

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \vec{r}_{12}$$

r_{12} - vzd.
G - gravitační konstanta → Newtonova (ve FY ozn. æ, i GDL G)

$\vec{F}_{12}$: $[kg\, m\, s^{-2}]$

$\vec{r}_{12}$ → jednotkový vektor, kt. nic nenadělala, pouze z toho udělá vektor

G: $[m^3\, kg^{-1}\, s^{-2}]$

$$G = (6{,}672\,59 \pm \overbrace{0{,}0003}^{\text{přesnost}}) \cdot 10^{-11} \ [N]$$

↳ u těto cifry už to není přesné
↳ velmi malá hodnota, ale my pracujeme s velkou m ($m_{Země} = 10^{24}$)
  → potom se velikost síly projeví

G
↳ 4 cifry jsou málo
↳ g je přesné na 9 cifer } výsledek bude pouze na 4. cifry

→ řešení: geocentrická gravitační konstanta
↳ určení: vypustěny kosmické sondy (ne satelity) a zjišťovala se poloha a rychlost sondy, měří se to milionkrát a vyrovná se to → výpočet s přesností na 7 cifer

↳ to samé je i s hmotností Země

směrový cosinus

$$F_i = -G \int_{m_1}\int_{m_2} \frac{dm_1\, dm_2}{r_{12}^2} \frac{(x_{j2} - x_{j1})}{r_{12}}$$

m_1 – m Země
m_2 – m by se zrušila → ideální
→ vydělíme m_2 / m_2, kdyby jsme uvažovali 1, tak tam pořád je 1kg

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{→ intenzita grav. pole}$$

↳ m_2 → nepíšeme 2, je to jasné, že jde o 2

$$\vec{K} = -G \frac{m'}{r^2} \vec{r}$$

m' – hmotnost, přes kt. se integruje

$$\boxed{\vec{K}_j = -G \int_{m'} \frac{m'}{r^2} \frac{(x_j - x_j')}{r}}$$

→ intenzita g. pole

Konzervativní pole

- charakteristika: neztrácí se energie
→ poloha bodu může být popsána jedním číslem (ne vektorem), kt. bude obsahovat informaci o pozici → skalár

$$dA_{12} = \vec{F} d\vec{r}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \underbrace{(\vec{r}_{12} \cdot d\vec{r}_{12})}_{dr_{12}}$$

$$A_{12} = -E_p = \int_1^2 \vec{F}\, d\vec{r}_2 = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \text{konst.}$$

E_p – potenciální pole

– pouze bodová hmotnost

$$V = G \frac{m'}{r} \quad \text{→ gravitační potenciál}$$

↳ nezáleží na směru → vytvoříme plochu o poloměru r
V = konst. → hladinová plocha (ekvipotenciální plocha)
↳ pro body na povrchu Země ještě potenciál rotace Země

$$W = V + Q$$

17.4.08

$$\vec{K} = \overrightarrow{grad}\, V = \left(\vec{i}\frac{\partial}{\partial x_1} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial x_2} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial x_3}\right) V = \nabla V$$

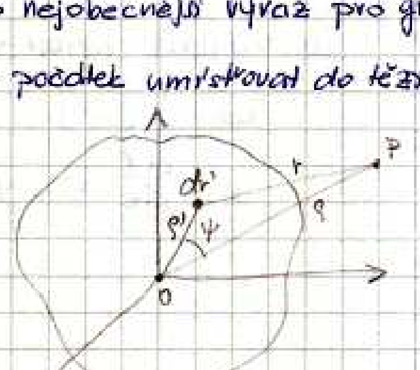
gradientový operátor (Nabla) → Hamiltonův

$$V(P) = G \int_{m_i} \frac{dm'}{r}$$

→ potenciálová fce, kt. se dá rozvinout do řady

↳ nejobecnější výraz pro grav potenciál v bodě P

- počátek umísťovat do těžiště tělesa



$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho}\left[1 + \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^2 - 2\frac{\rho'}{\rho}\cos\psi\right]^{-\frac{1}{2}}$$

ρ - konst. vzd. ⊾P

ρ' - proměnná dle průběhu elementu

$$V(P) = \frac{G}{\varrho}\int_{m'} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{\varrho'}{\varrho}\right)^n P_n(\cos\psi)\, dm'$$ → rozvinutí do řady

- interval $\langle -1, 1\rangle$ → argumenty Lagenderových polynomů
  $\sin\varphi = -1$ na J pólu
  $\cos\varphi = 1$ na S pólu
  → na tomto intervalu jsou LP ortogonální

Rodriguův vzorec

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}\left[(x^2-1)^n\right]$$ → vzorec pro generaci LP na $\langle -1, 1\rangle$

- polynom stupně 0 : $P_0(x) = 1$ $2^0 = 1$; $0! = 1$ ...
- — " — 1 : $P_1(x) = \frac{1}{2}\cdot 2x = x$

$P_1(\sin\Phi) = \sin\Phi$

- — " — 2 : - složitější
  ↳ GDE si s ním max. vystačí
  ~~většinou vystačí~~

$P_2(x) =$ něco ... $x^2 = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$

Potenciál odstředivé síly

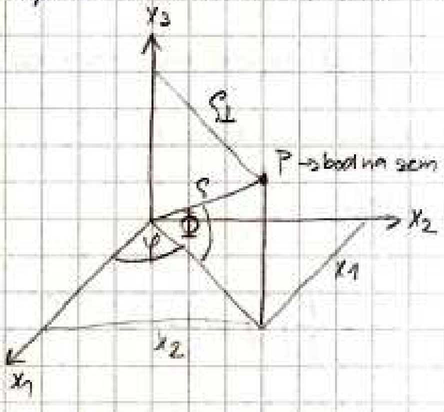
$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dr}d\vec{r} = m\frac{d\vec{r}}{dt}d\vec{v} = m(\vec{v}\cdot d\vec{v})$$ → skalární součin

$$\vec{F}d\vec{r} = m\cdot v\cdot dv$$

$$\int_{r_1}^{r_2}\vec{F}d\vec{r} = \frac{1}{2}m v_2^2 - \frac{1}{2}m v_1^2$$ → popisuje kinetickou energii $E_p + E_k = konst.$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

- aplikace na zem. těleso → na body na povrchu Země



$\varrho_\perp = \varrho\cos\Phi$

ω ⇒ úhlová rychlost → rotace ($\measuredangle\varphi$)

$$\omega = \frac{1}{T}\ [s^{-1}]$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \Rightarrow \varphi = \omega\cdot t$$

$$E_k = \frac{1}{2}m\varrho^2\omega^2\cos^2\Phi$$

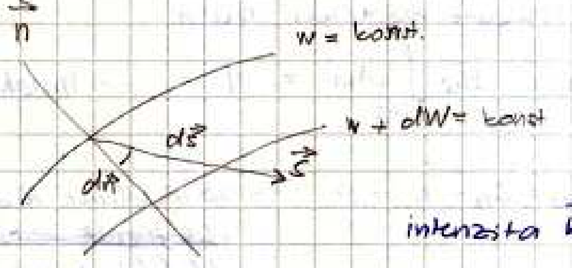
$$E_k = \frac{1}{2}m\varrho_\perp^2\omega$$

$$Q = \frac{E_k}{m} = \frac{1}{2}\varrho_\perp^2\omega^2 = \frac{1}{2}\varrho^2\omega^2\cos^2\Phi$$ → potenciál OS rotace Země
↳ musí se přičíst k V = tíhový pot.

Celkový tíhový potenciál

$W = V + Q$ V - grav. potenciál
Q - odstředivá síla Země rotace

$$W = \frac{G}{\rho}\int_m \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^n P_n(\cos\psi)\, dm' + \frac{1}{2}\rho^2 \cos^2\Phi\, \omega^2$$



- max. hodnota bude ve směru normály
- žádná bude-li ⊥ na normálu

intenzita $\vec{k} = —$ $[m s^{-2}]$

$$\frac{\partial W}{\partial \vec{s}} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{n}}\cos(-\vec{n}; \vec{s}) = \operatorname{grad}\vec{W}$$ → vektor tíhového zrychlení $\vec{g}$

$$d\vec{n} = \frac{-dW}{\vec{g}}$$

$$dh = -\frac{dW}{|\vec{g}|}$$ → $\boxed{dW = -g\,dh}$

$dW =$ konst.

Brunsův teorém 82K
→ popisuje vztah od rovníku k pólu
→ h se zmenšuje → plochy se sbíhají, g se zvětšuje

stř. integrální hodnota zrychlení

$$W_B - W_A = \Delta W_{AB} = \int_A^B g\,dh = g_m \int_A^B dh =$$

$$= g_m \Delta h_{AB}$$

$$\boxed{\Delta h_{AB} = -\frac{\Delta W_{AB}}{g_m}}$$

definice výšky
→ převýšení je dáno podílem stř. int. hodnotou g a rozdílem tíhového potenciálu v bodě A a B

W_0 - zvolená nulová hladina → referenční

$$H_A = -\frac{\Delta W_{0A}}{g_m}$$ → pravá ortometrická výška
→ výška nad geoidem

- výšky jsou fyzikální, geometrické je pouze niv. převýšení
- g_m je hodnota, kt. se nedá měřit, ale určí se odhadem
- u nás: výšky, kt. mají hodnotu γ_m a ne g_m → výšky normální (Moloděnského)

Stokesovy koeficienty rozvoje gravitačního potenciálu Země

- mohu argument Legendrova polynomu vyjádřit cos. větou sfer. △
$\cos\psi = \cos(90° - \Phi)\cos(90° - \Phi') + \sin(90° - \Phi)\sin(90° - \Phi')\cos(\lambda - \lambda')$
$\cos\psi = \sin\Phi \sin\Phi' + \cos\Phi \cos\Phi' \cos(\lambda - \lambda')$

- součtová věta (adiční teorém)
$$P_n(\cos\psi) = \sum_{m=0}^{n} (2-\delta)\frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{...}(\sin\Phi)\, P_{...}(\sin\Phi')\cos m(\lambda - \lambda')$$

Legrandeovy polynomy, L. fce, sférické polynomy, sférické fce

Stokesovy koeficienty

- současná GDG se bez nich neobejde, pracuje s nimi

$$\frac{C_{mn}}{S_{mn}} = \frac{(2-\delta)\,(n-m)!}{M_{\oplus}\, a_0^n\, (n+m)!} \int_{M_{\oplus}} \varrho\, P_{mn}\,(\sin\varphi)\, \frac{\cos m\lambda'}{\sin m\lambda'}\, dm'$$

↳ zavedeme do vztahu $V(P) = \dots$

- integruji přes celý objem Země
- neřešitelné → neznám potřebné rozdělení hustot

$$C_{00} = \frac{1}{M_{\oplus}} \int_{M_{\oplus}} 1 \cdot 1 \cdot 1\, dm' = \frac{1}{M_{\oplus}} \int_{M_{\oplus}} dm' = 1 \quad \rightarrow \text{hmotnost Země ?}$$
$$S_{00} = 0$$

- $n = 1$ $m = 0,1$, tak $C_{10} = C_{11} = S_{11} = 0$ → souřadnice těžiště ~~vložené~~ Země ~~do těžiště Země~~ ve vložené s.s. $0(x_1, x_2, x_3)$ dělené konst. a_0

- stupeň 2 = 5 členů

- bude-li počátek s.s. v těžišti Země → Stokesovy k. = 0
- C_{20} je dominantní při popisu grav. pole → moment setrvačnosti ke stupni 2 → info o míře nesymetrie → zploštění pólů

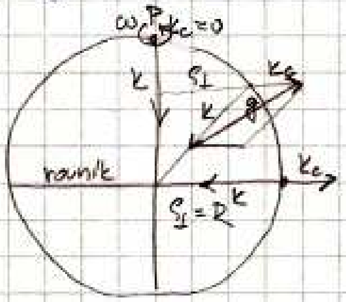
- stupně: 0 - hmotnost Země
  1 - s.s. vložíme do těžiště Země, proto bude = 0
  2 - popíše zploštění

Tíhový potenciál Země

$W = V + Q$

$W = konst.$ - def. plochu hladinovou tíhového pole Země
- plocha horizontu, k této ploše se urovnávají libely, přístroji
- hladinových ploch je ∞ mnoho, my si zvolíme jednu
  → ref. plochu
    ↳ volí se tak, aby reprezentovala hladinu nějakého moře
      → proto nadm. výšky

zkl. $\frac{-\partial W}{\partial} = \vec{g}$



tíhové zrychlení, kt. umíme měřit
↳ součet 2. vektorů: $\vec{k} + \vec{k_c}$
↳ nejde do těžiště, je odkloněn o nějaký ∡
↳ na rovníku je nejmenší, k_c je největší
↳ na pólu $k_c = 0$, proto tíh. zr. je největší
↳ od rovníku k pólu poroste

na kouli

PČ 10 14. 5. 08

$dW = -g\,dh$ (velmi důležitá část)

↳ rozdíl mezi plochami = konst

↳ tíhové zrychlení se mění, od rovníku k pólu roste

$g\,dh \rightarrow g$ roste↑ a dh↓ → aby to bylo konst.

→ hl. plochy se sbíhají od rovníku k pólu

- H bodu není stejná na všech hl. plochách

ortometrická výška
↳ g_m nejde přesně určit → problém

Normální tíhové pole

- součet: V a $Q = W$ — V - gravitační potenciál, Q - odstředivá síla

$$W = \frac{GM_0}{\rho}\left\{1 + \sum\sum\left(\frac{a_0}{\rho}\right)^n (C_{nm} \cdot \cos \ldots\right.$$

- musí být splněny 3 podmínky:
  1. rotačně symetrické těleso
     ↳ nesmí být závislé na λ → $n = 0$, tak nebude závislé

$W =$

  2. počátek soustavy musí být v těžišti
     ↳ $n = 2$ ali n

  3. těleso symetrické vůdči rovníku
     ↳ nulové hodnoty všech členů rozvoje lichého stupně

GM_0 - konstanta
ω - úhlová r. Země
a_0 - poloměr ..., délka hl. poloosy
C_{20} - Stokesův koeficient 2. stupně
- popis. pólového zploštění Země

dostaneme těleso → koule, kt. bude zploštělá

U - uměle modelovaný potenciál, normální tíhový potenciál (Clairautův vzorec)

$$U = \frac{GM_0}{\rho}\left\{1 + \frac{a_0^2}{\rho^2} C_{20} P_{20}(\sin\phi) + \ldots\right.$$

- současně je to i hl. plocha

U_0 – na rovníku

$$U_0 = \frac{GM_0}{a_0}\left\{1 + \frac{1}{2} C_{20} + \frac{1}{2} q\right\}$$

- záporná parciální derivace podle ρ → dostanu γ

$$\gamma = \frac{GM_0}{\rho^2}\left\{1 - \frac{4}{3}q - \left(c_{20} + \frac{4}{3}q\right)\cdot P_{20}\sin\phi\right\}$$

C. sféroid přestal GDE stačit už v 19. st. → nenahrazoval Zemi příliš dobře → zlepšení: vytvoření H. sféroidu
→ n = 2 nahrazeno n = 3 (0, 2 a 4)
→ přilepil se více k realitě
→ používá se dodnes

Sféroidy se dají nahradit elipsoidem → vypočítávám je i na el. → máme el. pro geom. část GDE
el. pro fyz. —"—

! elipsoid není hl. plocha, pouze se na sféroid nalepí (geometrie)

$\gamma = 9{,}780\,000\ (1 + \ldots$

u zk. → které hodnoty se měří a, kt. počítají ... → γ se počítá dle vzorce → fce geocentrické šířky

Anomální tíhové pole
- je to rozdíl mezi reálným a vypočítaným nor. polem
- kdyby nor. tíh. pole bylo „tak dokonalé", tak by rozdíl mezi n. a reálným = 0
  → ale to je nemožné!
- chceme co nejmenší rozdíl mezi n. a reálným

(nad)
g můžu měřit pouze ~~na~~ povrchu Země

! pozor !
! neplést !

tíhová anomálie (Amiferová) u zk
- hodnota ~~pro~~ rozdílu ze dvou různých bodů
- přímo to se dělá v GDE pracuje
- rozdíl $g\,P_1$ a $g\,P_2$?

- záporný gradient ...

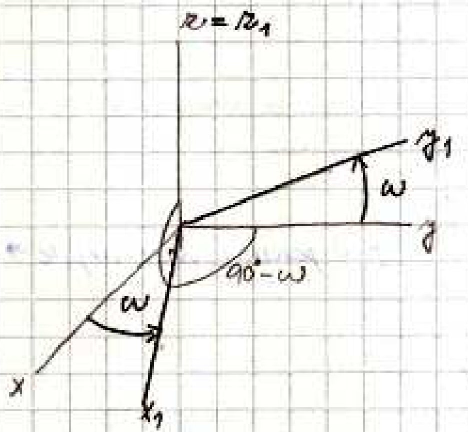
g (měření na povrchu Země) - změna g podle h ...

redukce na volném vzduchu (Fayova)
- zjistíme g na 1m přesnějším a ~~vypočítem~~ vynásobíme H
- závislost na nadm. výšce
  - zanedbává hmotnost hmot nad povrchem a Zemí
- převod hodnoty na povrch geoidu

Bugerova redukce (anomálie)
- mezi bodem nad povrchem a na povrchu je deska a spočítá se gravitační ~~...~~ dráhy a to se odečte (izočáry) izolinie
- hodnoty, kt. se ukládají do map → mapy tíhových anomálií
  → hladší přechod, proto se to neuvádí v Fayově, na to se pak přepočítá

PŘ

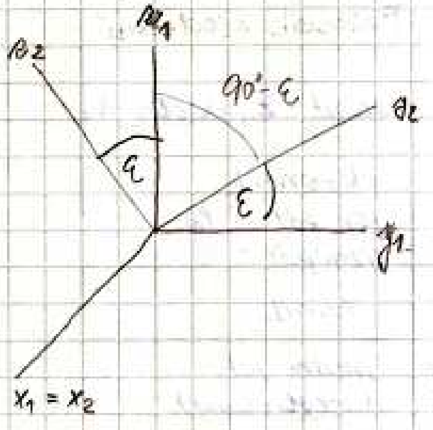
3.1.3. Elementární tce pomocí rotačních ∡ Eul. typu



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\omega & \sin\omega & \overset{\cos 90}{0} \\ -\sin\omega & \cos\omega & \overset{\cos 90}{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = Z(\omega)$$

↳ rotujeme kolem osy z podle ∡ ω

mezi x_1 a x ⇒ ω
mezi x_1 a y ⇒ $90° - \omega$



$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = X(\varepsilon)$$

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = Y(\psi)$$

ψ – musí být matematicky kladné (proti hodinkám)

$$\vec{X}' = Y(\psi)\, X(\varepsilon)\, Z(\omega)\, \vec{X} = R_{\psi\varepsilon\omega}\, \vec{X}$$

∡ malé (do 10″) → matice R se dá zjednodušit: $\cos(\ ) = 1$, $\sin(\ ) = (\ )$

$$R_{\psi\varepsilon\omega} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \psi & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \varepsilon \\ 0 & -\varepsilon & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \omega & 0 \\ -\omega & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

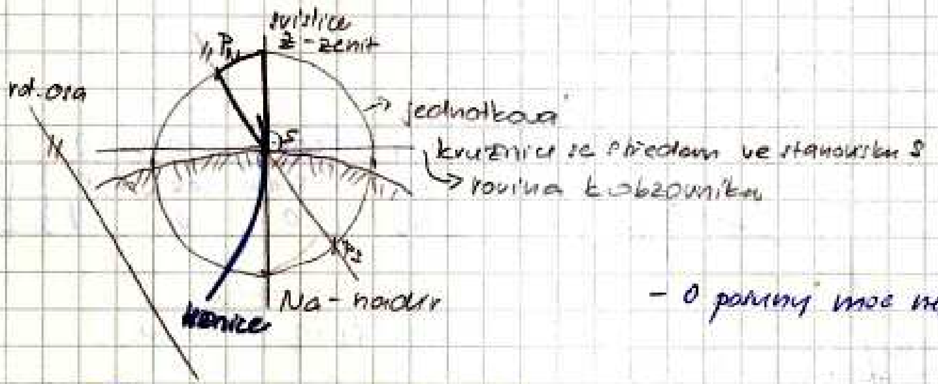
hodnoty rotačních ∡

$$= \begin{vmatrix} 1 & \boxed{\omega \ \ -\psi} \\ -\omega & 1 & \boxed{\varepsilon} \\ \psi & -\varepsilon & 1 \end{vmatrix} + \{2\} \longrightarrow \text{zanedbáme členy 2 řádu}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} + (1 + m) \begin{bmatrix} 1 & \omega & -\psi \\ -\omega & 1 & \varepsilon \\ \psi & -\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

- závisí na 7 parametrech ⇒ 7. prvková Helmertova tce

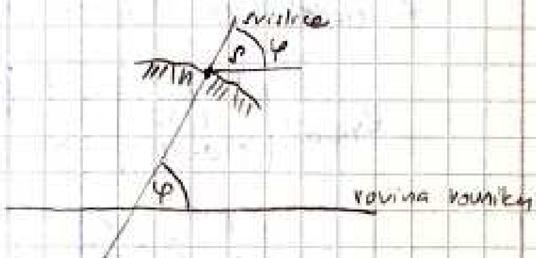
3.2. Astronomické souřad. soustavy

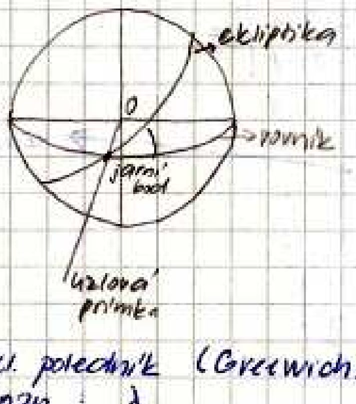


- o polohy moc nejde → nejsou důležité

Tab. Stanovisko a zákl. veličiny

Veličina	Definice	Průsečík s jed. koulí
Svislice	tečna k tížnici	zenit - Z, nadir - Na
rovina obzorníku	⊥ ke svislici	obzorník
rotační osa	‖ se skut. rot. osou	sev. pól - P_N jižní pól - P_S
rovina rovníku	⊥ k rot. ose	rovník
rovina místního pol.	bod S + 2 směry S, svislice, ‖ s rot. osou	místní pol. (meridián)
rovina ekliptiky	rovina oběhu Země kolem Slunce	ekliptika
směr k pólu ekliptiky	⊥ k rovině ekliptiky	pól ekliptiky P_E
~~jarní~~ uzlová bod přímka	průsečnice roviny rovníku a roviny ekliptiky	jarní bod ♈ → souhvězdí Berana
astron. zeměpisná šířka	∡ mezi svislicí a rovníkem	×
astron. zeměpisná délka	∡ rovinou místního pol. a zákl. pol. rovinou	×





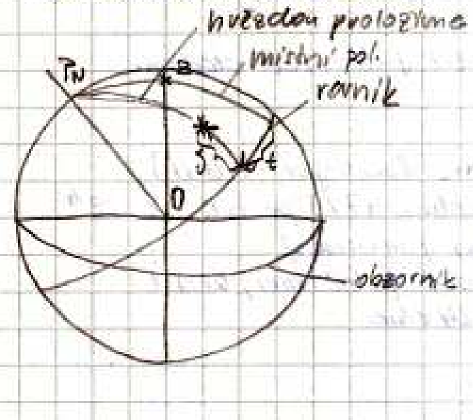
zákl. poledník (Greenwich)
- ozn. λ

Zákl. astronom. soustavy

1. Obzorníková
2. Rovníková < první / druhá
3. Ekliptikální
4. Galaktická

} my se bude věnovat pouze těmto 3

1. ~~Obzor~~ Rovníková s_{r1}
- soustava závislá na čase

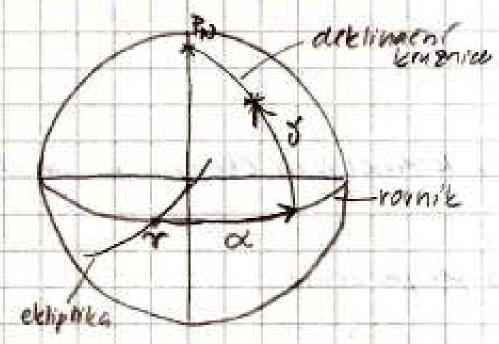


t - hodinový ∡ $\langle 0^h; 24^h \rangle$
δ - deklinace $\langle -90°; +90° \rangle$

t - se změní ~~jednou~~ za 24 hod
- za den o 24 hod

⊖ t - se během dne mění, raději chceme něco, co se tolik nemění

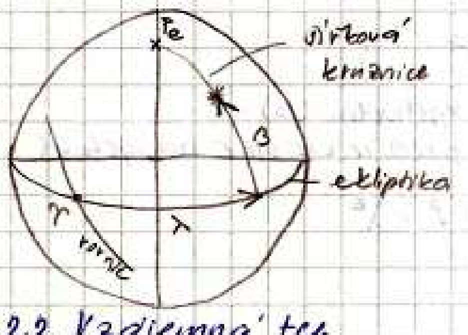
2. Rovníková s_{r2}
- nezávislé na čase



α - rektascenze $\langle 0^h; 24^h \rangle$
δ - deklinace $\langle -90°; 90° \rangle$

$\alpha_\gamma = 0$
$\delta_\gamma = 0$ } počátek

3. Ekliptikální s_e



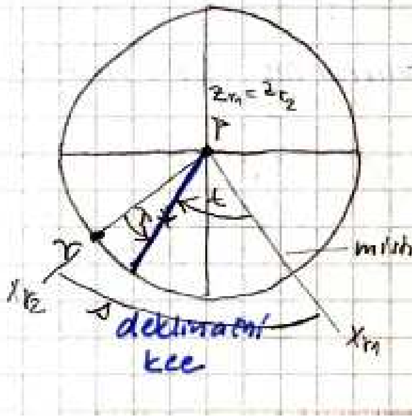
β - ekliptická šířka $\langle -90°; 90° \rangle$
λ - -"- délka $\langle 0°; 360° \rangle$

$\beta_\odot = 0°$ $\odot$ - zn. Slunce
↳ leží na ní

3.2.2. Vzájemná tce

$s_{r1} \leftrightarrow s_{r2}$

s - místní hvězdný čas
- hodinový ∡ jarního bodu
$s = \alpha + t$
$s = \alpha_\gamma + t_\gamma = 0 + t_\gamma$



$S_{r2} = Z(-s)\, S_{r1}$ → rotujeme kolem osy z o ∢ −s

$S_{r1} = Z(s)\, S_{r2}$ → — " — o ∢ +s

S – světový (greenwichský) hvězdný čas

3.3. Zákl. pojmy k nauky o čase
Měření a udržování času se děje pomocí periodických údajů ~~periodické údaje~~ (astron. úkazy) nebo nepřetržitého procesu (hodiny)
Musíme def. ~~počátečná jednotka~~ počátek (epochu) a čas. jednotku

3.3.1. Juliánské datum a modif. juliánské datum
- ozn. JD [redacted]
- průběžné počítání dní
- zavedl to Josephus Justus Scaliger (16. st.)
- počátek JD (epocha): 1. ledna 4713 př. n. l. ve 12^h
- časová jednotka: 1 den juliánský (24 hod, 60 min, 60 s)
- odvozený jul. rok: 365,24 dne
- jul. století: 36 525 dní
- ozn. MJD
- MJD = JD − 2400 000,5

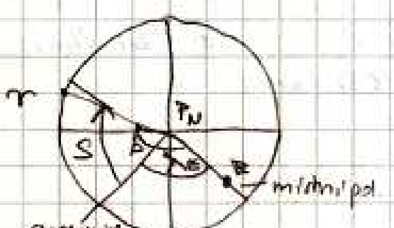
- př. 1.1.2000 12^h UT1 → JD = 2451 545,0
→ epocha J2000

MJD = 51544,5

- ex. algoritmy, kt. převedou kalendářní datum na ~~jul~~ JD a zpět

3.3.2. Rotační časy
- odvozeny z rot. periodického pohybu Země
- časy ⟨ hvězdné, sluneční

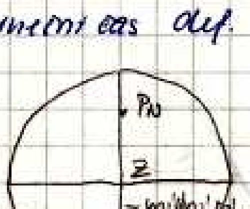
- hvězdný čas ~~měřený~~ hod. ∢ ♈
  - hod. ∢ ♈
- sv. hv. čas měřený z Greenwiche



λ^E – východní (E)
- měří se kladně na východ

$s - S = \lambda^E$

Sluneční čas def. hod. ∢ Slunce $+12^h$
- Slunce v místním pol. ⇒ poledne
- pravé poledne = pravý sl. čas
- hod. ∢ ☉ $+12^h$ = stř. sluneční čas
  ↳ stř. Slunce ↳ blízký čas, kt. měříme hodinkách
- my použ. typ. def. měřený pomocí atom. hodin

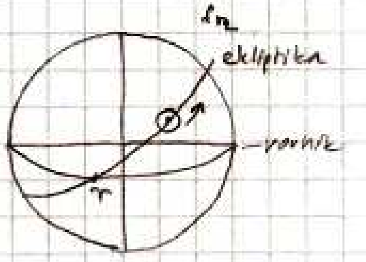


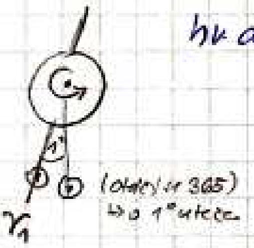
Slunce v poledne $t_☉ = 0$

3.3.3. Vztah mezi hv. a sl. časy

– pouz. k tomu hodnotu tropického roku

↳ interval, za kt. dojde ke 2. průchodu ☉ jarním bodem ♈, 365,2422 sl. dne





hv. den: otočka Země kolem jarního bodu ♈

$$\frac{\text{trop. rok ve hv. čase}}{\text{trop. rok ve sl. čase}} = \frac{365,2422 + 1}{365,2422} = 1,0027 = (1+\mu)$$

obecně: $\frac{\text{interval ve hv. čase}}{\text{interval ve sl. čase}} = (1+\mu) = 1,0027$

se volí 0^h UT1 a k tomu se tabeluje s_0

$$\frac{s - s_0}{M - M_0} = 1+\mu \quad \rightarrow \quad (s - s_0) = (M - M_0)(1+\mu)$$

sl. čas

$$s - s_0 = M(1+\mu) = UT1(1+\mu)$$