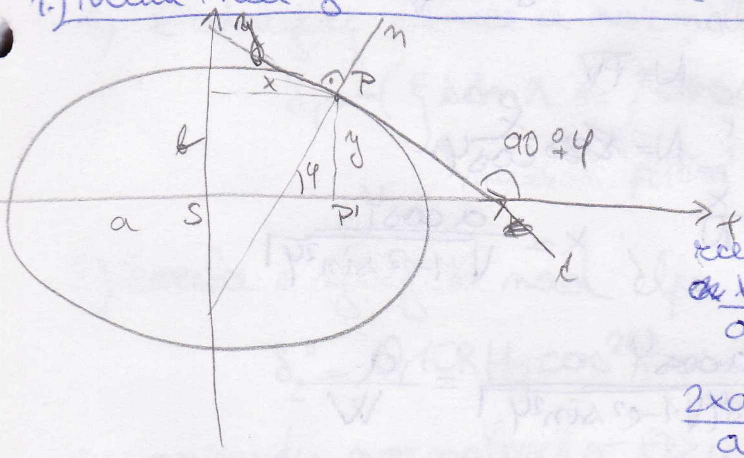
3.

1.) vztah mezi geodetickou šířkou a pravoúhlými souř.



směrnice tečny

$$k=\frac{dy}{dx}=\tan(90°+\varphi)=-\cot g\,\varphi$$

rce elipsy

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \rightarrow \text{derivace}$$

$$\frac{2x\,dx}{a^2}+\frac{2y\,dy}{b^2}=0$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2xb^2}{a^2\,2y}=\frac{-b^2}{a^2}\frac{x}{y}$$

$$\cot g\,\varphi=\frac{b^2x}{a^2y}$$

$$\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}=\frac{b^2x}{a^2y} \quad /^2$$

$$\frac{\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi}=\frac{b^4x^2}{a^4y^2}$$

$$\left.\begin{aligned}&a^4y^2\cos^2\varphi-b^4x^2\sin^2\varphi=0\\&a^2y^2+b^2x^2-a^2b^2=0\end{aligned}\right\}\Rightarrow \text{řešení 2 lin. rovnic pro 2 neznámé } (x^2,y^2)$$

$$x^2=\frac{a^2b^2-a^2y^2}{b^2}$$

$$a^4y^2\cos^2\varphi-b^4\frac{a^2b^2-a^2y^2}{b^2}\sin^2\varphi=0$$

$$y^2\left(a^4\cos^2\varphi+b^2a^2\sin^2\varphi\right)-b^4a^2\sin^2\varphi=0$$

$$y=\sqrt{\frac{b^4a^2\sin^2\varphi}{a^4\cos^2\varphi+b^2a^2\sin^2\varphi}}$$

$$y=\frac{b^2\sin\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi}}$$

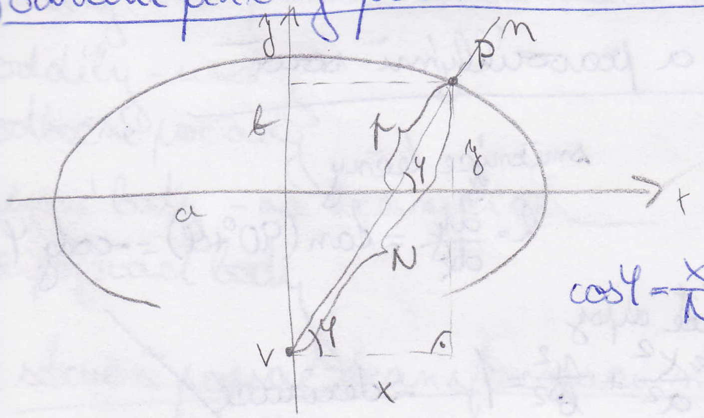
$$b^2=a^2(1-e^2)\Rightarrow$$

$$y=\frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}=\frac{a(1-e^2)\sin\varphi}{W}$$

$$x=\frac{a^2\cos\varphi}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi+b^2\sin^2\varphi}}$$

$$x=\frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}=\frac{a\cos\varphi}{W}$$

2.) odvodit příčný poloměr křivosti N



normály k 1. vert. se protínají v bodě V

$$N = PV$$

$$N = \cancel{\ldots}\frac{x}{\cos\varphi}$$

$$\cos\varphi = \frac{x}{N} \quad ; \quad x = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

$$N = \frac{a\cos\varphi}{\cos\varphi\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} = \frac{a}{W}$$

3.) Helmertova transf.

- identické body - min. 2 => víc => vyrovnání MNČ
- lineární konformní transformace s vyrovnáním MNČ
- výpočet klíče

$\rightarrow x \Rightarrow X' \Rightarrow$ rozdíl mezi X' a X

$$V_x = X - X' \qquad V_y = Y - Y'$$

$$d^2 = V_x^2 + V_y^2$$

podmínka MNČ

$$\Sigma V_x^2 + \Sigma V_y^2 = \Sigma d^2 = \min.$$

střední rozdíly souřadnic

$$m_{V_x} = \sqrt{\frac{[V_xV_x]}{n}} \qquad m_{V_y} = \sqrt{\frac{[V_yV_y]}{n}}$$

střední polohová chyba

$$m_d = \sqrt{\frac{[dd]}{n}}$$

$$X = q R x + t \qquad t = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} \ldots \text{posun}$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega & -\sin\omega \\ \sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \quad \text{matice rotace}$$

$q \ldots$ měřítko

4.) korekce směrů na výpočetní plochu

1.) z odchylky tížnice a normály α ... azimut záměry

$$\delta_1 = -(\xi \sin\alpha - \eta \cos\alpha)\,\mathrm{cotg}\, z$$

↑ meridián. ↑ příčná složka

$$\mathrm{cotg}\, z = \frac{H_1 + H_2}{s} - \frac{(1-k)s}{2R}$$

2.) korekce z výšky cíle nad elips.

$$\delta_2'' = 0{,}108\, H_2 \cos^2\varphi \sin 2\alpha$$

3.) azimutu normálového řezu na azimut geodetické čáry

$$\delta_3'' = -0{,}028 \cos^2\varphi \sin 2\alpha \left(\frac{s_{km}}{100}\right)^2$$

5.) odvodit gravitační potenciál pomocí Legendreových polynomů

potenciál v bodě P,

$$V(P) = G \int_{m'} \frac{dm'}{r}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho}\left[\cancel{1 + \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^2 - 2\frac{\rho'}{\rho}\cos\psi}\right]^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^n P_n(\cos\psi)$$

$$\Rightarrow V(P) = \frac{G}{\rho} \int_{m'} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho'}{\rho}\right)^n P_n(\cos\psi)\, dm'$$

Legendreovy polynomy P_n na $\langle -1,1 \rangle$ generuje Rodriguův vzorec

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n}\left[(x^2-1)^n\right]$$

$$P_n(\cos\psi) = \sum_{m=0}^{n} (2-\delta_{0m}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\sin\Phi) P_{nm}(\sin\Phi') \cos m(\Lambda - \Lambda')$$

$$V(P) = \frac{GM}{\rho}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n} \left(\frac{a_0}{\rho}\right)^n (C_{nm}\cos m\Lambda + S_{nm}\sin m\Lambda) \cdot P_{nm}(\sin\Phi)\right\}$$

6.) hladinové plochy, Brunsův teorém, geoid

hlad. plochy – místa o stejné hodnotě potenciálu, $W = \text{konst.}$

přírůstek W závislý na směru – tečna → nulový
$\perp$ → max

max. stoup. potenciálu – gradient

$$\mathrm{grad}\, W = -\frac{dW}{dn}$$ ← odlehlost hl. ploch $dn = -\frac{dW}{|g|}$

elementární rozdíl tíh. pot.

$$dW = -g\,dh = \text{konst} = \boxed{\text{Brunsův teorém}}$$

↑ elementární převýšení podél normály

odlehlost Δh_{AB} (mezi W_A a W_B)

$$W_B - W_A = \Delta W_{AB} = \int_A^B dW = -\int_A^B g\,dh$$

$$-\Delta W_{AB} = gm \int_A^B dh = gm\,\Delta h_{AB}$$

$$\Delta h_{AB} = -\frac{\Delta W_{AB}}{gm}$$

geoid - plocha, kde W_0 = konst.
- totožná se střední hlad. vody v oceánech, prochází pod konst.
- kolmá k siločárám tíhového pole země

7) geopotenciální kóta, dynamická výška

g. kóta - záporný rozdíl mezi tíh. pot. W a W_0 ⇐ na geoidu
na povrchu Země

jednotky gpu

$1\,gpu = 10\,m^2 s^{-2}$

- zařazeny do systému g. výšek

$$H_g^A = \frac{C_A}{10} = \frac{1}{10}\int_0^A g\,dh \Rightarrow \text{převod do metrického rozměru}$$

$\kappa = 10$

$$H_g^A = \frac{1}{\kappa}\int_0^A g\,dh \Leftarrow \text{dynamická výška}$$

- body na též. hl. pl. mají stejnou dyn. výšku

8) ITRS 2005

definice: počátek dat, aby posun mezi poč. TRF a jeho čas. změnou byl nulový

měřítko a jeho č. zm. identické s měřítkem z IVS (metoda VLBI)

orientace rámce a jeho č. zm. totožná s ITRF2000

data: normální rovnice pro x_p, y_p a jejich změny v čase $\dot{x}_s^P, \dot{y}_s^P$

určujeme: souř. stanic v epoše t_0
rychlosti
transf. parametry
souř. pólu
korekce času $\Delta UT1$

→ MNČ

výsledek: Long Term Solution
- souř. stanic
- časové změny
- denní řešení pro EOP