OFICIÁLNÍ TAHÁK

(pomůcka k předmětu MA 2 na FSv ČVUT)

„Tahák“ neobsahuje vysvětlení, co písmena v jednotlivých vzorcích znamenají a za jakých okolností lze tyto vzorce použít. Předpokládáme, že to vše studenti vědí.

A. Některé důležité vzorce pro goniometrické funkce

$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$

$$\sin^2 x = \tfrac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \tfrac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

B. Některé základní integrály

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} \qquad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x - a}{x + a} \right| \qquad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} \qquad (a > 0)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2 + k}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + k} \right| \qquad (k \neq 0)$$

C. Některé speciální integrály

$$\int R\left(x, \sqrt[s]{\frac{ax + b}{cx + d}}\right) \mathrm{d}x \ \ldots\ldots\ldots \quad \text{substituce:} \quad t = \sqrt[s]{\frac{ax + b}{cx + d}}$$

$$\int R\left(x, \sqrt{a^2 - x^2}\right) \mathrm{d}x \ \ldots\ldots\ldots \quad \text{substituce:} \quad x = a \sin t \quad (\text{nebo} \quad x = a \cos t)$$

$$\int R\left(x, \sqrt{x^2 + a^2}\right) \mathrm{d}x \ \ldots\ldots\ldots \quad \text{substituce:} \quad x = a \operatorname{tg} t \quad (\text{nebo} \quad x = a \operatorname{cotg} t)$$

$$\int R(\sin x, \cos x)\, \mathrm{d}x \ldots \text{ substituce: } \begin{cases} t = \operatorname{tg} \dfrac{x}{2} & \left(\sin x = \dfrac{2t}{1 + t^2}, \quad \cos x = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad \mathrm{d}x = \dfrac{2\,\mathrm{d}t}{1 + t^2}\right) \\ t = \sin x & \\ t = \cos x & \\ t = \operatorname{tg} x & \left(\sin^2 x = \dfrac{t^2}{1 + t^2}, \quad \cos^2 x = \dfrac{1}{1 + t^2}, \quad \mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{d}t}{1 + t^2}\right) \end{cases}$$

D. Některé aplikace určitého integrálu v geometrii a ve fyzice

Délka grafu funkce .... $s = \displaystyle\int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, \mathrm{d}x$

Statické momenty křivočarého lichoběžníka .... $S_x = \dfrac{1}{2} \displaystyle\int_a^b f^2(x)\, \mathrm{d}x, \quad S_y = \int_a^b x f(x)\, \mathrm{d}x$

Těžiště křivočarého lichoběžníka .... $T = \left[\dfrac{S_y}{m}, \dfrac{S_x}{m}\right], \quad$ kde $\quad m = \displaystyle\int_a^b f(x)\, \mathrm{d}x$